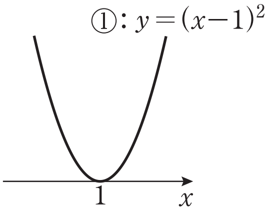
PART2　2次不等式(グラフが接するとき)

要点 ①　2次不等式(グラフが x 軸と接するとき)

ここでは，2次関数のグラフが x 軸と接する場合の2次不等式について考える。

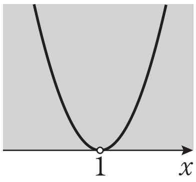
例　2次不等式 $x^2-2x+1>0$，$x^2-2x+1\geqq 0$ を解く。



$x^2-2x+1>0$ より $(x-1)^2>0$

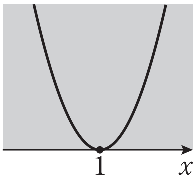
2次関数 $y=(x-1)^2$　…… ① のグラフと x 軸の共有点の x 座標は $x=$　　であり，①のグラフは右図のように点 $(1,\ 0)$ で x 軸と接する。

2次不等式 $x^2-2x+1>0$ の解は，①のグラフで $y>0$，すなわちグラフが x 軸より上側にあるような x の範囲である。



よって，不等式 $x^2-2x+1>0$ の解は

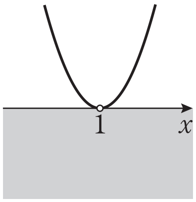
2次不等式 $x^2-2x+1\geqq 0$ の解は，①のグラフで $y\geqq 0$，すなわちグラフが x 軸より上側，または x 軸上にあるような x の範囲である。



よって，不等式 $x^2-2x+1\geqq 0$ の解は

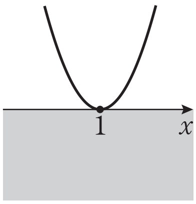
例　2次不等式 $x^2-2x+1<0$，$x^2-2x+1\leqq 0$ を解く。

2次不等式 $x^2-2x+1<0$ の解は，①のグラフで $y<0$，すなわちグラフが x 軸より下側にあるような x の範囲である。



よって，不等式 $x^2-2x+1<0$ の解は

2次不等式 $x^2-2x+1\leqq 0$ の解は，①のグラフで $y\leqq 0$，すなわちグラフが x 軸より下側，または x 軸上にあるような x の範囲である。

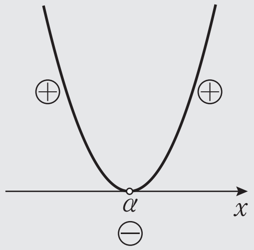


よって，不等式 $x^2-2x+1\leqq 0$ の解は

2 次関数のグラフが x 軸と接するときの 2 次不等式の解は以下となる。

2 次不等式の解（グラフが x 軸と接するとき）

2 次関数 $y=ax^2+bx+c$（$a>0$）のグラフが x 軸と接するとき，接点の x 座標を $x=\alpha$ とすると



$ax^2+bx+c>0$ の解は　α 以外のすべての実数

$ax^2+bx+c\geqq 0$ の解は　すべての実数

$ax^2+bx+c<0$ の解は　ない

$ax^2+bx+c\leqq 0$ の解は　$x=\alpha$

2 次の 2 次不等式を解け。

(1) $x^2-4x+4>0$

(2) $9x^2+6x+1\geqq 0$

(3) $x^2+10x+25<0$

(4) $4x^2-12x+9\leqq 0$

Point Pickup

2 次不等式の解法(2)

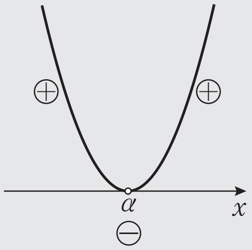
2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が重解 $x=\alpha$ をもつとき，2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは点 $(\alpha,\ 0)$ で x 軸に接する。このとき，$a>0$ とすると

$ax^2+bx+c>0$ の解は　α 以外のすべての実数

$ax^2+bx+c\geqq 0$ の解は　すべての実数

$ax^2+bx+c<0$ の解は　ない

$ax^2+bx+c\leqq 0$ の解は　$x=\alpha$



第10講　PART2 確認問題

次の 2 次不等式を解け。

いずれも，①～④のうちから選べ。

1　$x^2-6x+9>0$

ア

① すべての実数

② 3 以外のすべての実数

③ $x=3$　　④ ない

2　$4x^2+4x+1\geqq 0$

イ

① すべての実数

② $-\dfrac{1}{2}$ 以外のすべての実数

③ $x=-\dfrac{1}{2}$　　④ ない

3　$x^2+12x+36<0$

ウ

① すべての実数

② -6 以外のすべての実数

③ $x=-6$　　④ ない

4　$9x^2-6x+1\leqq 0$

エ

① すべての実数

② $\dfrac{1}{3}$ 以外のすべての実数

③ $x=\dfrac{1}{3}$　　④ ない

PART2　２次不等式（グラフが接するとき）

2　次の２次不等式を解け。

(1)　$x^2-4x+4>0$　　(2)　$9x^2+6x+1\geqq 0$

(3)　$x^2+10x+25<0$　　(4)　$4x^2-12x+9\leqq 0$

[解答]

(1)　$x^2-4x+4>0$ より $(x-2)^2>0$　よって２以外のすべての実数

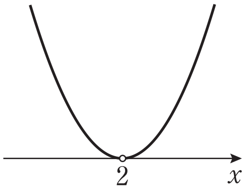
(2)　$9x^2+6x+1\geqq 0$ より $(3x+1)^2\geqq 0$　よってすべての実数

(3)　$x^2+10x+25<0$ より $(x+5)^2<0$　よって解はない

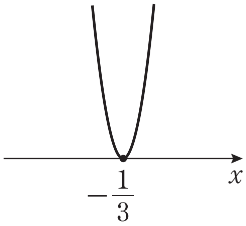
(4)　$4x^2-12x+9\leqq 0$ より $(2x-3)^2\leqq 0$　よって $x=\frac{3}{2}$

（参考図）

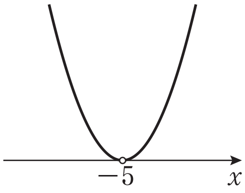
(1)



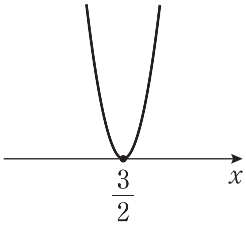
(2)



(3)



(4)



第10講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：②

[解説]

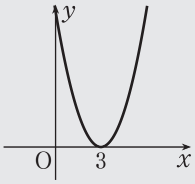
$x^2-6x+9>0$

$(x-3)^2>0$

不等式の解は，[A]

3 以外のすべての実数

[A]　$(x-\alpha)^2>0$ の解は，
α 以外のすべての実数
　$(x-\alpha)^2\geqq 0$ の解は，
すべての実数



2

[正解] イ：①

[解説]

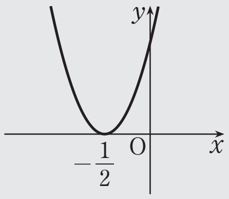
$4x^2+4x+1\geqq 0$

$(2x+1)^2\geqq 0$

不等式の解は，[B]

すべての実数

[B]　$(x-\alpha)^2>0$ の解は，
α 以外のすべての実数
　$(x-\alpha)^2\geqq 0$ の解は，
すべての実数



3

[正解] ウ：④

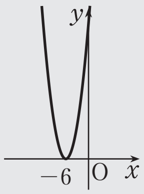
[解説]

$x^2+12x+36<0$

$(x+6)^2<0$ [C]

よって，不等式の解は**ない**。

[C]　$(x-\alpha)^2<0$ の解は
ない
　$(x-\alpha)^2\leqq 0$ の解は，
$x=\alpha$



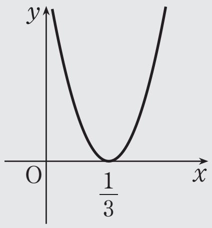
4 **[正解]** エ：③

[解説]

$$9x^2-6x+1 \leqq 0$$

$$(3x-1)^2 \leqq 0$$ [D]

不等式の解は，

$$\boldsymbol{x=\frac{1}{3}}$$

[D]　$(x-\alpha)^2<0$ の解はない
$(x-\alpha)^2 \leqq 0$ の解は，
$x=\alpha$